Prof. Dr. Alfred Toth

Orthogonale Matrizen und Zeichendefinitionen

1. In Toth (2011a, b, c) hatten wir gezeigt, daß so, wie jedem Zeichen ein doppeltes Geviert von Zeichenrelationen, d.h. 8 Zeichendefinitionen, korrespondieren, diesen Zeichendefinitionen auch 8 Matrizen zugeordnet werden müssen, welche natürlich die operationale Basis für die Bildung der Zeichenklassen, Realitätsthematiken und weiteren semiotischen Gebilden dienen, also im wesentlichen entsprechend den Verhältnissen in der semiotischen Basistheorie:

4 Grund-Matrizen

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1.3 & 1.2 & 1.1 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.3 & 3.2 & 3.1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1.3 & 1.2 & 1.1 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.3 & 3.2 & 3.1 \end{pmatrix}$$

4 Inversions-Matrizen

$$\begin{pmatrix} 3.3 & 3.2 & 3.1 \\ 2.3 & 2.2 & 2.1 \\ 1.3 & 1.2 & 1.1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 3.1 & 3.2 & 3.3 \\ 2.3 & 2.2 & 2.1 \\ 1.1 & 1.2 & 1.3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3.3 & 3.2 & 3.1 \\ 2.3 & 2.2 & 2.1 \\ 1.1 & 1.2 & 1.3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 3.1 & 3.2 & 3.3 \\ 2.3 & 2.2 & 2.1 \\ 1.3 & 1.2 & 1.1 \end{pmatrix}$$

4 Dualisations-Matrizen

$$\begin{pmatrix} 3.3 & 2.3 & 1.3 \\ 3.2 & 2.2 & 1.2 \\ 3.1 & 2.1 & 1.1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 3.1 & 2.3 & 1.1 \\ 3.2 & 2.2 & 1.2 \\ 3.3 & 2.1 & 1.3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3.3 & 2.3 & 1.1 \\ 3.2 & 2.2 & 1.2 \\ 3.1 & 2.1 & 1.3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 3.1 & 2.3 & 1.3 \\ 3.2 & 2.2 & 1.2 \\ 3.3 & 2.1 & 1.1 \end{pmatrix}$$

4 Reflexions-Matrizen

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 2.1 & 3.1 \\ 1.2 & 2.2 & 3.2 \\ 1.3 & 2.3 & 3.3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1.3 & 2.1 & 3.3 \\ 1.2 & 2.2 & 3.2 \\ 1.1 & 2.3 & 3.1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 2.1 & 3.3 \\ 1.2 & 2.2 & 3.2 \\ 1.3 & 2.3 & 3.1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1.3 & 2.1 & 3.1 \\ 1.2 & 2.2 & 3.2 \\ 1.1 & 2.3 & 3.3 \end{pmatrix}$$

2. Der wichtigste Schluß aus diesem Ergebnis besteht nun darin, daß die Peircesche Zeichendefinition (in der folgenden formalen Fassung)

ZR = (3.a 2.b 1.c) mit a, b, c $\in$ {1, 2, 3}

revidiert werden muß. Zunächst gilt ja bereits für die den Zeichenklassen zugeordneten dualen Realitätsthematiken

dZR = (c.1 b.2 a.3).

Wenn man nun die obigen 16 Matrizen betrachtet, erkennt man jedoch, daß sowohl ZR als auch dZR (traditionell als $\times$Rth geschrieben) nur Spezialfälle sind. Wir erhalten nämlich

1. Zeichenschemata der Grund- und Inversionsmatrizen

ZR = iZR = (3.a 2.b 1.c),

aber für

2. Zeichenschemata der Dualisations- und Reflexionsmatrizen

dZR = (a.3 b.2 c.1)

rZR = (a.1 b.2 c.3),

und zwar mit folgender Einschränkung: Von den 3! = 6 möglichen Permutationen der Primzeichenmenge (1, 2, 3) sind nur (1, 2, 3) und die konverse Ordnung (3, 2, 1) erlaubt. Anders gesagt: Obwohl das zweite der beiden Gevierte von orthogonalen inklusiven Matrizen durch Vertauschung der Interpretanten- und Mittelbezüge der kategorien- und eigenrealen Haupt- und Nebendiagonalen entstanden sind (d.h. „inhomogen" oder „gemischt" sind), scheiden unter den Ordnungen die Varianten (1, 3, 2), (3, 1, 2) und die beiden Varianten des Ordnungstyps (2, 1, 3) und (2, 3, 1) aus. Der Schluß lautet also, daß die hier sowie in Toth (2011a-c) angewandten Konstruktionsmethoden nicht sämtliche mathematischen Möglichkeiten ausschöpfen, die der abstrakte Zeichenbegriff bereithält.

Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Vier orthogonale semiotische Inklusionsmatrizen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

24.10.2011